



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑΣ

Διπλωματική Εργασία

**Μοντέλο Εφημεριδοπώλη με Δύο Αναξιόπιστους Προμηθευτές
και χρήση Εφεδρικού Προμηθευτή**

υπό

Δούκα Στεφανίας

Επιβλέπων: Δρ. Παντελής Δημήτριος

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των
απαιτήσεων για την απόκτηση του
Διπλώματος Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, Ιούνιος 2018

Copyright© 2018 Στεφανία Δούκα

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εγκρίθηκε από τα Μέλη της Τριμελούς Εξεταστικής Επιτροπής:

Πρώτος Εξεταστής Δρ. Δημήτριος Παντελής
(Επβλέπων) Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο
Θεσσαλίας

Δεύτερος Εξεταστής Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος
Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Τρίτος Εξεταστής Δρ. Γεώργιος Κοζανίδης
Αναπληρωτής Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών, Πανεπιστήμιο
Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Με την περάτωση της παρούσας διπλωματικής εργασίας θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κ. Δημήτριο Παντελή για την υπομονή και την εμπιστοσύνη που μου έδειξε. Επίσης, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για όλες τις υποδείξεις και συμβουλές του.

Τις ευχαριστίες μου εκφράζω και στους καθηγητές κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο και κ. Γεώργιο Κοζανίδη που δέχτηκαν να είναι μέλη της τριμελούς επιτροπής αξιολόγησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Ιδιαίτερα θερμές ευχαριστίες θέλω να δώσω στην οικογένεια μου και τους φίλους μου για την συμπαράστασή τους, για τις πολύτιμες συμβουλές τους και για όλα όσα μου έχουν προσφέρει όλα αυτά τα χρόνια της ζωής μου αλλά και των σπουδών μου.

Στεφανία Δούκα

Περίληψη

Ο σκοπός της διπλωματικής εργασίας ήταν η επίλυση του προβλήματος του εφημεριδοπώλη, με αβεβαιότητα στην παράδοση των δύο κύριων προμηθευτών και χρήση εφεδρικού προμηθευτή, με στόχο την αύξηση των κερδών του. Η ζήτηση είναι αβέβαιη, ακολουθεί όμως συγκεκριμένη κατανομή. Επίσης, το ποσοστό της παραδιδόμενης ποσότητας είναι και αυτό τυχαία μεταβλητή και ακολουθεί μία γνωστή κατανομή. Ο πωλητής αποφασίζει την ποσότητα που παραγγέλλει από τους κύριους προμηθευτές και αυτή που εξασφαλίζει από τον εφεδρικό. Η βέλτιστη πολιτική είναι αυτή που καθορίζει πότε τα κέρδη μεγιστοποιούνται. Οι αποφάσεις αυτές προσδιορίζονται μέσα από την επίλυση προβλήματος βελτιστοποίησης που δημιουργήθηκε για την εκπόνηση αυτής της εργασίας. Τέλος, πραγματοποιήθηκαν πειράματα για διάφορες τιμές των παραμέτρων. Όλα τα αποτελέσματα παρουσιάζονται αναλυτικά σε διαγράμματα, τα οποία επικεντρώνονται στην επίδραση των μεταβολών της τυχαιότητας της ζήτησης και της παραδιδόμενης ποσότητας.

Περιεχόμενα

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή.....	1
1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο	1
1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	2
1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας.....	3
Κεφάλαιο 2 Βασικές Έννοιες.....	4
2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα	4
2.2 Το Πρόβλημα του Εφημεριδοπώλη	5
2.3 Η Επίδραση της Αβέβαιης Ζήτησης.....	6
2.4 Η Αξιοπιστία των Προμηθευτών	7
2.5 Εφεδρικός Προμηθευτής	8
Κεφάλαιο 3 Επέκταση του Προβλήματος του Εφημεριδοπώλη.....	9
3.1 Περιγραφή Προβλήματος.....	9
3.2 Μαθηματικό Μοντέλο	10
3.3 Περιορισμοί	11
Κεφάλαιο 4 Επεξήγηση Κώδικα.....	12
4.1 Υποθέσεις και Παραδοχές	12
4.2 Διακριτοποίηση των μεταβλητών.....	13
4.3 Σφάλμα του κώδικα στο διακριτό χώρο	13
4.4 Διαδικασία εισαγωγής δεδομένων και αποτελέσματα κώδικα.....	14
Κεφάλαιο 5 Αριθμητικά Αποτελέσματα	15
5.1 Μεταβολή της τιμής πώλησης	15
5.2 Μεταβολή κόστους ανικανοποίητης ζήτησης.....	17
5.3 Μεταβολή της τιμής πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα	19
5.4 Μεταβολή του κόστους ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας.....	21

5.5	Μεταβολή κόστους ανά μονάδα αγοράς από εφεδρικό αγοραστή.....	23
5.6	Σταθερό άθροισμα κόστους εξασφαλισμένης ποσότητας και κόστους αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή.....	25
5.7	Μεταβολή μέσης τιμής ζήτησης	27
5.8	Μεταβολή τυπικής απόκλισης ζήτησης	28
5.9	Μεταβολή μέσης τιμής της αβεβαιότητας των κύριων προμηθευτών	30
	Κεφάλαιο 6 Σύνοψη Διπλωματικής Εργασίας.....	33
	Βιβλιογραφία.....	34
	Παράρτημα.....	36

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1.Αναμενόμενο κέρδος – τιμή πώλησης ανά μονάδα	16
Σχήμα 2.Παραγγελίες - τιμή πώλησης ανά μονάδα	17
Σχήμα 3.Αναμενόμενο κέρδος – κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης	18
Σχήμα 4.Παραγγελίες - κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης.....	19
Σχήμα 5.Αναμενόμενο κέρδος – τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα.....	20
Σχήμα 6.Παραγγελίες - τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα	21
Σχήμα 7.Αναμενόμενο κέρδος – κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας	22
Σχήμα 8.Παραγγελίες - κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας.....	22
Σχήμα 9.Αναμενόμενο κέρδος – κόστος ανά μονάδα αγοράς εφεδρικού προμηθευτή	23
Σχήμα 10.Παραγγελίες - τιμή εξασφαλισμένης ποσότητας εφεδρικού προμηθευτή.....	24
Σχήμα 11.Αναμενόμενο κέρδος – τιμή εξασφαλισμένης ποσότητας εφεδρικού προμηθευτή.....	25
Σχήμα 12.Παραγγελίες – τιμή εξασφαλισμένης ποσότητας εφεδρικού προμηθευτή	26
Σχήμα 13.Αναμενόμενο κέρδος- μέση τιμή ζήτησης.....	27
Σχήμα 14.Παραγγελίες – μέση τιμή ζήτησης.....	28
Σχήμα 15.Αναμενόμενο κέρδος- τυπική απόκλιση ζήτησης.....	29
Σχήμα 16.Παραγγελίες – τυπική απόκλιση ζήτησης.....	29
Σχήμα 17.Αναμενόμενο κέρδος- μέση τιμή αβεβαιότητας των κύριων προμηθευτών.....	31
Σχήμα 18.Παραγγελίες – μέση τιμή αβεβαιότητας των κύριων προμηθευτών.....	32

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 1.Παράμετροι Κώδικα	14
Πίνακας 2.Τιμές 1 ^ο πειράματος.....	15
Πίνακας 3.Τιμές 2 ^ο πειράματος.....	17
Πίνακας 4.Τιμές 3 ^ο πειράματος.....	19
Πίνακας 5.Τιμές 4 ^ο πειράματος.....	21
Πίνακας 6.Τιμές 5 ^ο πειράματος.....	23
Πίνακας 7.Τιμές 6 ^ο πειράματος.....	25
Πίνακας 8.Τιμές 7 ^ο πειράματος.....	27
Πίνακας 9.Τιμές 8 ^ο πειράματος.....	28
Πίνακας 10.Τιμές 9 ^ο πειράματος.....	30
Πίνακας 11.Σύνοψη συμβολισμών	36

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο της εισαγωγής αναφέρονται το κίνητρο και το υπόβαθρο για την πραγματοποίηση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας. Επίσης, παρατίθεται η δομή της εργασίας καθώς και η βιβλιογραφική ανασκόπηση του προβλήματος του εφημεριδοπώλη.

1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο

Ο τομέας της επιχειρησιακής έρευνας συνεχώς αναζητά τη βέλτιστη λύση σε προβλήματα λήψης αποφάσεων. Κίνητρο της παρούσας διπλωματικής εργασίας αποτελεί η ανάγκη για μία καλύτερη προσέγγιση της λύσης αυτής πάνω σε προβλήματα ελέγχου αποθεμάτων. Στόχος είναι η αύξηση των κερδών στα σημεία εφαρμογής.

Θεωρητικό υπόβαθρο αποτελεί η επιστήμη της επιχειρησιακής έρευνας η οποία εφαρμόζεται για την βελτιστοποίηση της λειτουργίας συστημάτων σε προβλήματα μεταφοράς, ελέγχου αποθεμάτων, προγραμματισμού εφοδιαστικής αλυσίδας και βελτιστοποίησης δικτύου. Έχει ως στόχο τη βέλτιστη λήψη αποφάσεων χρησιμοποιώντας προηγμένες αναλυτικές μεθόδους.

1.2 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Η ιστορία του προβλήματος του εφημεριδοπώλη ξεκινάει το 1888 από τον F. Y. Edgeworth ο οποίος εφάρμοσε μια παραλλαγή σε ένα πρόβλημα τραπεζικών ταμειακών ροών με τυχαία ζήτηση από τους καταθέτες. Ωστόσο, αποτέλεσε αντικείμενο έρευνας από το 1950 και μετά, όπου εισήχθη και ο όρος «μοντέλο του εφημεριδοπώλη» από τους G. E. Kimball και P. M. Morse. Το 1951 οι K. J. Arrow, T. Harris and J. Marschak χρησιμοποιούν μοντέλα αβεβαιότητας στα οποία η ροή ζήτησης είναι μια τυχαία μεταβλητή με γνωστή κατανομή πιθανότητας. Ακολούθησαν πολλοί μελετητές λαμβάνοντας διαφορετικές παραμέτρους και μεταβλητές στο πρόβλημα. Οι Parlar και Wang (1990) μελέτησαν το πρόβλημα ελέγχου αποθέματος όταν υπάρχει δυνατότητα αγοράς από δύο ξεχωριστούς προμηθευτές διαφορετικής αξιοπιστίας που υπόκεινται σε τυχαία ποσότητα παράδοσης (random yield). Το 2003 οι P. C. Jones, G. Kegler, T. J. Lowe και R. D. Traub εφάρμοσαν το μοντέλο χρησιμοποιώντας διακριτές προσεγγίσεις της κατανομής της ζήτησης και της απόδοσης ώστε να διατυπώσουν το πρόβλημα σχεδιασμού ως ένα γραμμικό πρόγραμμα, για την διαχείριση της αλυσίδας εφοδιασμού καλαμποκιού της εταιρείας Syngenta. Την ίδια χρονιά ο M. Dada, N. C. Petruzzi, και L.B. Schwarz εργάστηκαν πάνω στο μοντέλο του εφημεριδοπώλη για αναξιόπιστους προμηθευτές. Το 2006 οι P. Mileff και K. Nehez επεκτείνουν το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη για μαζικές παραγωγές. Οι Guo et al (2013) μελετούν το μοντέλο με έναν αναξιόπιστο και έναν εφεδρικό προμηθευτή.

1.3 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Το υπόλοιπο αυτής της διπλωματικής εργασίας χωρίζεται σε τέσσερις ενότητες που καταλαμβάνουν τα κεφάλαια 2 - 5, αντίστοιχα. Συγκεκριμένα:

- Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται κάποιες βασικές έννοιες οι οποίες είναι απαραίτητες για την περαιτέρω ανάλυση του προβλήματος.
- Στο κεφάλαιο 3 γίνεται παρουσίαση του προβλήματος του εφημεριδοπώλη και ενδελεχής ανάλυση της επέκτασής του που είναι το αντικείμενο της παρούσας εργασίας.
- Στο κεφάλαιο 4 παρατίθεται ο κώδικας που δημιουργήθηκε.
- Στο κεφάλαιο 5 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που έχουν εξαχθεί και δίνονται συμπεράσματα που προέκυψαν από τη μελέτη του προβλήματος.
- Στο κεφάλαιο 6 παρατίθεται η σύνοψη της διπλωματικής εργασίας.

Κεφάλαιο 2 Βασικές Έννοιες

Στόχος του κεφαλαίου είναι η σύντομη περιγραφή της επιστήμης της Επιχειρησιακής Έρευνας και η εισαγωγή στο πρόβλημα του εφημεριδοπώλη.

2.1 Επιχειρησιακή Έρευνα

Η Επιχειρησιακή Έρευνα (Operations research ή Operational research – OR) αποτελεί ένα επιστημονικό πεδίο που ασχολείται με την εφαρμογή προηγμένων αναλυτικών μεθόδων για να βοηθήσει στην λήψη καλύτερων αποφάσεων. Με τη χρήση μεθόδων από άλλες μαθηματικές επιστήμες, όπως η μαθηματική μοντελοποίηση, η στατιστική ανάλυση και η μαθηματική βελτιστοποίηση, βρίσκονται βέλτιστες ή σχεδόν βέλτιστες λύσεις σε πολύπλοκα προβλήματα. Λόγω της έμφασης που δίνει στην ανθρώπινη τεχνολογία και λόγω της εστίασής της στις πρακτικές εφαρμογές, η επιχειρησιακή έρευνα αλληλοεπιδρά με άλλους κλάδους, κυρίως με τη βιομηχανική μηχανική (industrial engineering) και τη διαχείριση των επιχειρήσεων (operations management), και βασίζεται στην ψυχολογία και την επιστήμη της οργάνωσης (organization science). Οι ερευνητικές δραστηριότητες συχνά αφορούν τον προσδιορισμό του μέγιστου (κέρδους ή απόδοσης) ή του ελάχιστου (απώλειας, κινδύνου ή κόστους) των στόχων που έχουν τεθεί. Αρχίζοντας στις στρατιωτικές προσπάθειες πριν από τον Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο, οι τεχνικές έχουν αυξηθεί για να αφορούν τα προβλήματα σε μια ποικιλία βιομηχανιών. Η επιχειρησιακή έρευνα προήλθε από τις προσπάθειες στρατιωτικών προγραμματιστών κατά τη διάρκεια του Α' Παγκοσμίου Πολέμου (θεωρία της συνοδείας και νόμοι του Lanchester). Τις δεκαετίες μετά τους δύο παγκόσμιους πολέμους, οι

τεχνικές εφαρμόστηκαν ευρύτερα σε προβλήματα στις επιχειρήσεις, τη βιομηχανία και την κοινωνία. Από τότε, η επιχειρησιακή έρευνα έχει επεκταθεί σε ένα πεδίο που χρησιμοποιείται ευρέως σε βιομηχανίες που αφορούν από πετροχημικά έως αεροπορικές εταιρείες, στη χρηματοδότηση, στην υλικοτεχνική υποστήριξη και την κυβέρνηση. Η επιχειρησιακή έρευνα επικεντρώνεται στην ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την ανάλυση και τη βελτιστοποίηση πολύπλοκων συστημάτων με αποτέλεσμα να γίνει ένας τομέας ενεργού ακαδημαϊκής και βιομηχανικής έρευνας.

2.2 Το Πρόβλημα του Εφημεριδοπώλη

Ένα από τα μοντέλα που αναπτύχθηκαν στα πλαίσια της επιχειρησιακής έρευνας είναι αυτό του εφημεριδοπώλη. Το μοντέλο αποτελεί ένα από τα συστήματα ελέγχου αποθεμάτων. Αφορά την αναζήτηση της βέλτιστης ποσότητας παραγγελίας με σκοπό το μέγιστο κέρδος.

Πιο αναλυτικά, η αρχική μορφή του προβλήματος αποτελείται από τρεις κόμβους, τον προμηθευτή, τον αγοραστή (εφημεριδοπώλη-newsvendor) και τον πελάτη. Το πρόβλημα διαδραματίζεται σε μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο και αφορά ένα προϊόν. Η διαδικασία έχει ως εξής: Ο αγοραστής πραγματοποιεί μία παραγγελία στον προμηθευτή στην αρχή της περιόδου, ώστε το απόθεμα (Q) που θα διαθέτει να ικανοποιήσει την ολική ζήτηση του πελάτη. Το κόστος της μονάδας του προϊόντος (c) καθώς και η τιμή πώλησης (r) είναι καθορισμένα. Η ζήτηση (X) είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή με αθροιστική συνάρτηση F και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f . Ο χρόνος παράδοσης θεωρείται μηδενικός, δηλαδή τα προϊόντα παραδίδονται την ίδια χρονική στιγμή που γίνεται η παραγγελία. Η πώληση ολοκληρώνεται με το τέλος της περιόδου. Εάν το μέγεθος του αποθέματος είναι μεγαλύτερο ή ίσο με τη ζήτηση ($Q \geq X$), τότε τα προϊόντα που δεν πουλήθηκαν αποσύρονται σε μία τιμή (h) η οποία είναι μικρότερη από το κόστος της μονάδας του προϊόντος. Στην αντίθετη

περίπτωση, που η ζήτηση δεν καλύπτεται από το παρόν απόθεμα ($Q < X$), τα προϊόντα που θα είχαν πουληθεί θεωρούνται «χαμένες πωλήσεις» με κάποιο κόστος (p) ανά χαμένη πώληση.

Το κέρδος του αγοραστή προκύπτει από την παρακάτω εξίσωση:

$$\Pi(Q, X) = \begin{cases} rX - cQ + h(Q - X), & Q \geq X \\ rQ - cQ - p(X - Q), & Q < X \end{cases}$$

Το αναμενόμενο κέρδος είναι:

$$\begin{aligned} E[\Pi(Q)] &= \int_0^Q [rx - cQ + h(Q - x)]f(x)dx + \int_Q^\infty [rQ - cQ - p(x - Q)]f(x)dx \\ &= (r - h)\mu - (c - h)Q - (r - h + p)E[S(Q)] \end{aligned}$$

όπου μ είναι η μέση τιμή της ζήτησης και $E[S(Q)]$ οι χαμένες πωλήσεις. Τέλος, αποδεικνύεται ότι η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας (Q^*) είναι τόση ώστε:

$$F(Q^*) = \frac{p + r - c}{p + r - h}$$

Και το αντίστοιχο κέρδος για τον αγοραστή είναι:

$$E[\Pi(Q^*)] = (r - h)\mu - (r - h + p) \int_{Q^*}^\infty xf(x)dx$$

2.3 Η Επίδραση της Αβέβαιης Ζήτησης

Το κύριο χαρακτηριστικό του μοντέλου του εφημεριδοπώλη είναι η αβεβαιότητα της ζήτησης. Αποτελεί σημαντικό κομμάτι της μελέτης διότι επηρεάζει τις αποφάσεις σχετικά με το απόθεμα. Στην περίπτωση που η ζήτηση είναι μεγαλύτερη από την αναμενόμενη, δηλαδή ο αγοραστής δημιουργεί απόθεμα μικρότερο της ζήτησης, θα πουληθεί όλο το απόθεμα που είναι διαθέσιμο με κόστος τις χαμένες πωλήσεις της ανικανοποίητης ζήτησης. Στην αντίθετη περίπτωση όπου η ζήτηση είναι μικρότερη από το απόθεμα, τότε ο αγοραστής θα καλύψει πλήρως τη ζήτηση με κόστος το απομένον απόθεμα. Το παραπάνω δίλημμα υποδεικνύει ότι ο

αγοραστής για να αυξήσει το κέρδος του θα πρέπει να κάνει σωστή πρόβλεψη της ζήτησης ώστε να φανεί αξιόπιστος ως προς την ποσότητα χωρίς να ζημιωθεί.

Μία άλλη παράμετρος που επηρεάζεται από την αβέβαιη ζήτηση είναι η τιμή του προϊόντος. Η τιμή επηρεάζεται άμεσα από τη μορφή που έχει η συνάρτηση της ζήτησης. Η μεγάλη αβεβαιότητα καθώς και οι μεγάλες διακυμάνσεις της ζήτησης μπορεί να αυξήσουν το αναμενόμενο κόστος ανά πώληση.

Για τους μελετητές προβλημάτων της Επιχειρησιακής Έρευνας είναι μεγάλη πρόκληση η προσέγγιση της ζήτησης. Για την καλύτερη πρόβλεψη της ζήτησης ή ενός ποσοστού της έχουν αναπτυχθεί διάφορα εργαλεία όπως οι συνδρομές (μηνιαίες ή ετήσιες), οι προπωλήσεις των προϊόντων, οι εγγραφές σε ενημερωτικά δελτία (newsletters) κ.λπ.

2.4 Η Αξιοπιστία των Προμηθευτών

Στόχος των μοντέλων της Επιχειρησιακής Έρευνας είναι να προσομοιώνουν όσο το δυνατόν καλύτερα, τις πραγματικές συνθήκες ώστε να δίνουν ρεαλιστικά αποτελέσματα. Στην αρχική του μορφή, το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη θεωρεί ότι ο προμηθευτής είναι αξιόπιστος (100%), δηλαδή ολόκληρη η παραγγελία καταφθάνει εγκαίρως στον αγοραστή. Στην πραγματικότητα όμως, υπάρχουν περιπτώσεις όπου ο προμηθευτής μπορεί να αποστείλει ελλιπή την παραγγελία(καιρικές συνθήκες, ελαττωματικά προϊόντα που δεν μπορούν να πουληθούν κ.λπ.). Για το λόγο αυτό, εισάγεται στο πρόβλημα το ποσοστό αξιοπιστίας του προμηθευτή. Η παράμετρος αυτή επηρεάζει άμεσα την τιμή που θα επιβάλλει ο προμηθευτής στο προϊόν. Όσο πιο αξιόπιστος είναι ένας προμηθευτής, συνηθίζεται να προσφέρει το προϊόν σε μεγαλύτερη τιμή.

Η αξιοπιστία είναι μία αλυσιδωτή παράμετρος. Όταν ο προμηθευτής είναι αναξιόπιστος προς τον αγοραστή τότε κλονίζεται και η φερεγγυότητα του αγοραστή ως προς τον πελάτη. Σε ορισμένες περιστάσεις, όπου η αξιοπιστία του προμηθευτή δεν είναι επαρκής, κρίνεται αναγκαία η συνεργασία με περισσότερους από έναν, προμηθευτές. Επομένως, η επιλογή των προμηθευτών είναι μία συνάρτηση με κύριες παραμέτρους την τιμή και το ποσοστό αξιοπιστίας.

2.5 Εφεδρικός Προμηθευτής

Το πρόβλημα του αναξιόπιστου προμηθευτή δεν αντιμετωπίζεται πάντοτε αποτελεσματικά με την πρόσθεση άλλων αναξιόπιστων προμηθευτών. Όταν όλοι οι διαθέσιμοι προμηθευτές στην επιθυμητή τιμή είναι αναξιόπιστοι και ο αγοραστής επιδιώκει την βέλτιστη κάλυψη της ζήτησης, του δίνεται η δυνατότητα χρήσης ενός εφεδρικού προμηθευτή. Κύριο χαρακτηριστικό του εφεδρικού προμηθευτή είναι η αξιοπιστία (100%) η οποία συνοδεύεται τις περισσότερες φορές, με μεγαλύτερη τιμή κόστους του προϊόντος. Η συνεργασία με έναν εφεδρικό προμηθευτή διαφέρει από τους κύριους. Στην αρχή της περιόδου, ο αγοραστής παράλληλα με την παραγγελία στους κύριους προμηθευτές, εξασφαλίζει και εξοφλεί μία ποσότητα προϊόντων στον εφεδρικό. Ο αγοραστής θα παραλάβει την παραγγελία από τον εφεδρικό προμηθευτή μόνο στην περίπτωση όπου η παραδιδόμενη ποσότητα των κύριων είναι ελλιπής.

Κεφάλαιο 3 Επέκταση του Προβλήματος του Εφημεριδοπώλη

Στο κεφάλαιο αυτό παρατίθεται το μοντέλο του εφημεριδοπώλη με χρήση δύο αναξιόπιστων κύριων προμηθευτών και ενός εφεδρικού. Περιγράφονται οι παράμετροι και οι μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν καθώς και οι υποθέσεις που έγιναν. Τέλος, παρουσιάζεται το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος.

3.1 Περιγραφή Προβλήματος

Η περίπτωση που εξετάζει η παρούσα εργασία αφορά το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη με δύο κύριους αναξιόπιστους προμηθευτές και έναν αξιόπιστο εφεδρικό προμηθευτή. Εφόσον οι κύριοι προμηθευτές είναι αναξιόπιστοι, τα ποσοστά παραγγελιών που παραδίδουν (U_1, U_2) είναι συνεχείς τυχαίες μεταβλητές με αθροιστικές συναρτήσεις G_1, G_2 και συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας g_1, g_2 . Ο αγοραστής εξασφαλίζει μία ποσότητα (K) από τον εφεδρικό προμηθευτή με κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας (c_R) και κόστος αγοράς μονάδας (c_E) , το άθροισμα των οποίων είναι μεγαλύτερο από τα κόστη ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας των κύριων προμηθευτών (c_1, c_2) . Η ζήτηση (X) είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή με αθροιστική συνάρτηση F και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας f . Η τιμή πώλησης ανά μονάδα (r) , το κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης (p) και η τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα (h) θεωρούνται γνωστά. Το ζητούμενο είναι να βρεθούν οι τιμές των παραγγελιών στους κύριους

προμηθευτές (Q_1, Q_2) και στον εφεδρικό (K) που μεγιστοποιούν το αναμενόμενο κέρδος $\Pi(Q_1, Q_2, K)$.

3.2 Μαθηματικό Μοντέλο

Έστω $S = Q_1 U_1 + Q_2 U_2$ η συνολική ποσότητα που έχουν παραδώσει οι δύο κύριοι προμηθευτές. Επειδή ο εφεδρικός προμηθευτής είναι αξιόπιστος, το ύψος της παραγγελίας προς αυτόν υπολογίζεται σύμφωνα με το κλασικό μοντέλο του εφημεριδοπώλη, υποθέτοντας αρχικό απόθεμα S και λαμβάνοντας υπόψιν ότι δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερο από K .

Ελλείψει περιορισμών το βέλτιστο ύψος παραγγελίας είναι I , όπου: $I = F^{-1}\left(\frac{p+r-c_E}{p+r-h}\right)$.

Επομένως αγοράζεται ποσότητα K αν $S + K \leq I$, ποσότητα $I - S$ αν $S < I$ και $S + K > I$ και τίποτα αν $S \geq I$.

Πριν προχωρήσουμε στην εξαγωγή της μαθηματικής έκφρασης για το αναμενόμενο κέρδος ορίζουμε τη συνάρτηση $L(z)$ που δίνει τα αναμενόμενα έσοδα αν η συνολική ποσότητα που έχει παραδοθεί από τους τρεις προμηθευτές είναι z . Έχουμε

$$\begin{aligned} L(z) &= \int_0^z h(z-x)f(x)dx - \int_z^\infty p(x-z)f(x)dx + \int_0^z rxf(x)dx + \int_z^\infty rzf(x)dx \\ &= h \int_0^z (z-x)f(x)dx - (p+r) \int_z^\infty (x-z)f(x)dx + rE(X). \end{aligned}$$

Επομένως η εξίσωση του αναμενόμενου κέρδους είναι:

$$\begin{aligned} \Pi(Q_1, Q_2, K) &= -c_1 Q_1 E(U_1) - c_2 Q_2 E(U_2) - c_R K \\ &+ \int_{u_1=0}^1 \int_{u_2=0}^1 T(Q_1, Q_2, K, u_1, u_2) g_1(u_1) g_2(u_2) du_2 du_1, \end{aligned}$$

όπου

$$\begin{aligned} T(Q_1, Q_2, K, u_1, u_2) &= -c_E K + L(Q_1 u_1 + Q_2 u_2 + K), & \text{αν } Q_1 u_1 + Q_2 u_2 \leq I - K \\ &= -c_E (I - Q_1 u_1 - Q_2 u_2) + L(I), & \text{αν } I - K < Q_1 u_1 + Q_2 u_2 < I \\ &= L(Q_1 u_1 + Q_2 u_2), & \text{αν } Q_1 u_1 + Q_2 u_2 \geq I \end{aligned}$$

3.3 Περιορισμοί

Ο πρώτος λογικός περιορισμός που λήφθηκε για την εκτέλεση των πειραμάτων είναι ότι η τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα (h), είναι μικρότερη από τα κόστη ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας από τους κύριους προμηθευτές (c_1, c_2) διότι το προϊόν χάνει μέρος της αρχικής αξίας του. Επίσης, για να έχει νόημα η χρήση των αναξιόπιστων προμηθευτών, το άθροισμα του κόστους ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας (c_R) και αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή (c_E) είναι μεγαλύτερο από τα κόστη ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας από τους κύριους προμηθευτές και μικρότερο από την τιμή πώλησης ανά μονάδα (r). Οι περιορισμοί που αφορούν τις τιμές κόστους συνοψίζονται στην παρακάτω σχέση:

$$h < c_i < c_R + c_E < r, \quad i=1,2$$

Όσον αφορά, την εξασφαλισμένη ποσότητα από τον εφεδρικό προμηθευτή (K) δεν έχει νόημα να μελετηθεί η περίπτωση όπου η ποσότητα αυτή είναι μεγαλύτερη από τη βέλτιστη παραγγελία (I). Επομένως:

$$K \leq I$$

Κεφάλαιο 4 Επεξήγηση Κώδικα

Το παρόν κεφάλαιο αποτελεί το ‘εγχειρίδιο’ του κώδικα που δημιουργήθηκε για την εργασία. Επίσης, εξηγούνται οι λόγοι που οδήγησαν στην δημιουργία ενός δεύτερου κώδικα ο οποίος είναι βασισμένος στον πρώτο. Οι κώδικες δημιουργήθηκαν στο υπολογιστικό περιβάλλον Matlab και βρίσκονται στο παράρτημα της εργασίας.

4.1 Υποθέσεις και Παραδοχές

Η πρώτη παραδοχή αφορά την κατανομή που ακολουθεί η ζήτηση. Η ζήτηση είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή όπως έχει αναφερθεί και σε προηγούμενα κεφάλαια. Από τη βιβλιογραφία, οι περισσότεροι μελετητές χαρακτήρισαν την κανονική κατανομή για την προσομοίωση της ζήτησης ως την πιο αντιπροσωπευτική, η οποία θα χρησιμοποιηθεί και για την παρούσα εργασία. Επομένως, προστίθενται άλλες δύο μεταβλητές, η μέση τιμή (m) και η τυπική απόκλιση (s) για την περιγραφή της κατανομής. Με τον ίδιο τρόπο επιλέχτηκε για τα ποσοστά των παραγγελιών που παραδίδονται από τους κύριους προμηθευτές η ομοιόμορφη κατανομή, για την περιγραφή της οποίας απαιτούνται η μέγιστη ($k1, m1$) και ελάχιστη τιμή ($k2, m2$) της για τον πρώτο και δεύτερο προμηθευτή αντίστοιχα.

Η επόμενη υπόθεση που έγινε για τη δημιουργία του κώδικα αφορά τη συνάρτηση των εσόδων L . Το άνω όριο του ολοκληρώματος που τείνει στο άπειρο αντικαθίσταται με το διπλάσιο της μέσης τιμής. Αυτή η αλλαγή μειώνει το χρόνο εκτέλεσης του κώδικα από ημέρες σε ώρες χωρίς να μεταβάλλει αισθητά τα αποτελέσματα.

4.2 Διακριτοποίηση των μεταβλητών

Στην προσπάθεια να μειωθεί περισσότερο ο χρόνος εκτέλεσης του προγράμματος αποπειράθηκε η διακριτοποίηση των συνεχών μεταβλητών του προβλήματος και συγκεκριμένα των ποσοστών παραγγελιών των κύριων προμηθευτών. Με το δεδομένο αυτό η εξίσωση του αναμενόμενου κέρδους γίνεται:

$$\begin{aligned} \Pi(Q_1, Q_2, K) = & -c_1 Q_1 E(U_1) - c_2 Q_2 E(U_2) - c_R K \\ & + \sum_{u_1} \sum_{u_2} T(Q_1, Q_2, K, u_1, u_2) p(u_1) p(u_2) \end{aligned}$$

Όπου $p(u_1)$ και $p(u_2)$ οι διακριτές συναρτήσεις πιθανότητας των ποσοστών παραγγελιών των κύριων προμηθευτών. Με την αλλαγή από το συνεχές στο διακριτό χώρο είναι αναγκαίο να δηλώνεται ο αριθμός των διαστημάτων στον οποίο χωρίζεται το αρχικό διάστημα των συνεχών μεταβλητών. Αυτό πραγματοποιείται με την εισαγωγή του βήματος με το οποίο θα μεταβαίνει ο κώδικας από το ένα σημείο στο επόμενο.

4.3 Σφάλμα του κώδικα στο διακριτό χώρο

Για να επιβεβαιωθεί ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο κώδικας με την παραδοχή των διακριτών μεταβλητών πραγματοποιήθηκαν τέσσερα πειράματα με διαφορετικές παραμέτρους το καθένα και για τους δύο κώδικες. Η κύρια μεταβλητή που ελεγχόταν ήταν το βήμα που καθορίζει και τα διαστήματα του διακριτού κώδικα. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι για είκοσι διαστήματα και πάνω το σφάλμα ήταν μικρότερο από 0,002% και στις τέσσερις περιπτώσεις. Φυσικά, όσο αυξάνονται τα διαστήματα τόσο μικραίνει το σφάλμα και αυξάνεται η διάρκεια εκτέλεσης. Υπενθυμίζεται ότι και οι δύο κώδικες βρίσκονται στο παράρτημα στο τέλος της εργασίας.

4.4 Διαδικασία εισαγωγής δεδομένων και αποτελέσματα κώδικα

Η είσοδος των δεδομένων γίνεται χειροκίνητα με τη διαδικασία ερωτήσεων που γίνονται στο χρήστη. Για τη σωστή λειτουργία του κώδικα, τα νούμερα των μεταβλητών θα πρέπει να ικανοποιούν τους περιορισμούς του κεφαλαίου 3.3. Οι παράμετροι που θα πρέπει να καθοριστούν κατά την έναρξη παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 1.Παράμετροι Κώδικα

c1, c2	κόστη ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας από κύριους προμηθευτές
cR	κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας
cE	κόστος ανά μονάδα αγοράς από εφεδρικό προμηθευτή
h	τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα
p	κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης
r	τιμή πώλησης ανά μονάδα
m	μέση τιμή ζήτησης
s	τυπική απόκλιση ζήτησης
k1,k2	άνω και κάτω όριο ομοιόμορφης κατανομής του πρώτου προμηθευτή αντίστοιχα
m1,m2	άνω και κάτω όριο ομοιόμορφης κατανομής του δεύτερου προμηθευτή αντίστοιχα
step	Βήμα μεταβίβασης στα διαστήματα των u_1, u_2 . ΜΟΝΟ για το διακριτό κώδικα

Κεφάλαιο 5 Αριθμητικά Αποτελέσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζονται και σχολιάζονται τα αριθμητικά αποτελέσματα του κώδικα για μεταβολές στις παραμέτρους του προβλήματος. Σε όλα τα πειράματα που διεξήχθησαν η ζήτηση ακολουθεί κανονική κατανομή και τα ποσοστά της παραδιδόμενης ποσότητας από τους κύριους προμηθευτές ακολουθούν την ομοιόμορφη κατανομή. Επίσης, για τα αποτελέσματα έχει χρησιμοποιηθεί ο κώδικας για τις διακριτές μεταβλητές. Τέλος, τα γραφήματα έγιναν στο Microsoft Excel.

5.1 Μεταβολή της τιμής πώλησης

Το πρώτο παράδειγμα αφορά τη μεταβολή της τιμής πώλησης ανά μονάδα και επιλέχθηκε κυρίως διότι είναι η παράμετρος που μπορεί να προβλεφθεί ευκολότερα η συμπεριφορά της. Έτσι θα γίνει ευκολότερα κατανοητή η διαδικασία διεξαγωγής όλων των πειραμάτων.

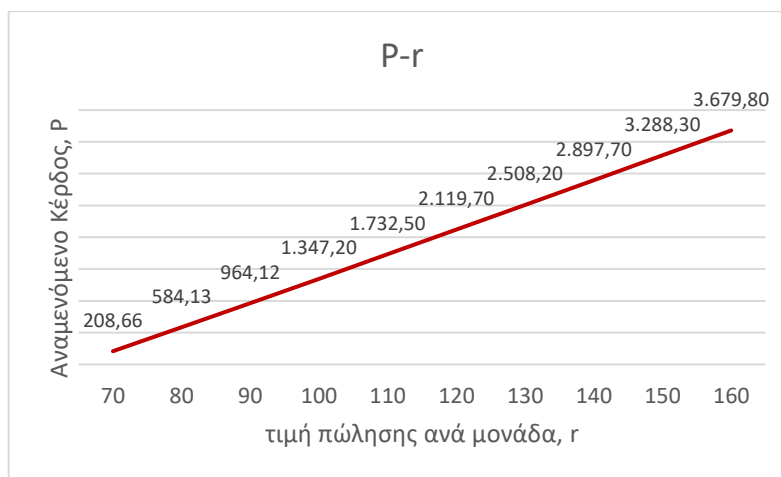
Αρχικά, η ζήτηση ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 40 και τυπική απόκλιση 4 ενώ το ποσοστά της παραδιδόμενης ποσότητας ακολουθούν ομοιόμορφη κατανομή με εύρος [0,3-0,5] για τον πρώτο προμηθευτή και [0,1-0,6] για τον δεύτερο. Οι τιμές των παραμέτρων φαίνονται στον Πίνακα 2. Η τιμή πώλησης ανά μονάδα λαμβάνει τιμές από 70 μέχρι 160 και βήμα 10.

h	8
p	20
r	70:10:160
c1	60
c2	61
cR	22
cE	40
μ	40
σ	4
step	0,01

Πίνακας 2. Τιμές 1^{ου} πειράματος

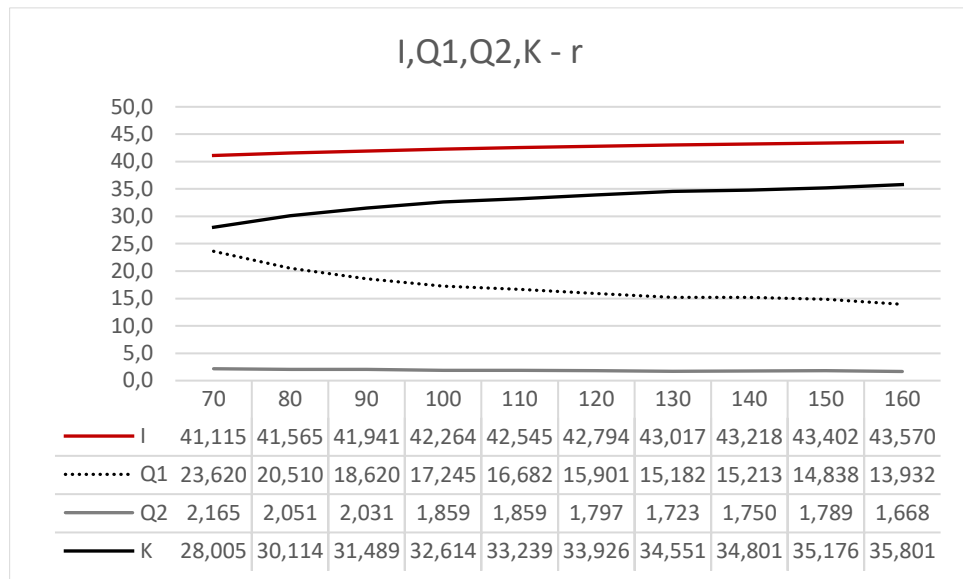
Όπως είναι αναμενόμενο, η αύξηση της τιμής πώλησης επιφέρει

αύξηση των κερδών και μάλιστα σχεδόν γραμμική για το συγκεκριμένο παράδειγμα (Σχήμα 1).



Σχήμα 1.Αναμενόμενο κέρδος – τιμή πώλησης ανά μονάδα

Επιπλέον, παρατηρούνται πολύ μικρές μεταβολές στις τιμές της βέλτιστης παραγγελίας (I), και στην παραγγελία του δεύτερου κύριου προμηθευτή (Q_2). Ο δεύτερος προμηθευτής έχει μεγαλύτερο κόστος ανά μονάδα παραδιδόμενης ποσότητας και μεγαλύτερη αβεβαιότητα από τον πρώτο κύριο, επομένως δικαιολογείται η περιορισμένη χρήση του. Τέλος, με την αύξηση της τιμής πώλησης δίνεται στον αγοραστή η δυνατότητα αγοράς μεγαλύτερης ποσότητας από τον εφεδρικό προμηθευτή που συνεπάγεται με τη μείωση της παραγγελίας από τον πρώτο προμηθευτή αλλά και μείωση του ρίσκου του (Σχήμα 2).



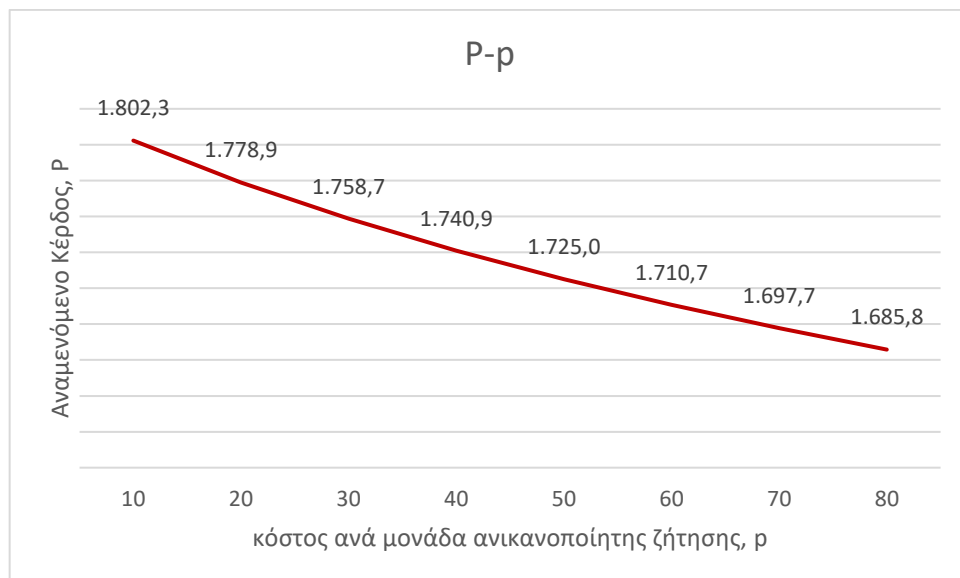
Σχήμα 2. Παραγγελίες - τιμή πώλησης ανά μονάδα

5.2 Μεταβολή κόστους ανικανοποίητης ζήτησης

Για το παράδειγμα μεταβολής κόστους ανικανοποίητης ζήτησης, η ζήτηση έχει μέση τιμή 40 και τυπική απόκλιση 4 ενώ το ποσοστό της παραδιδόμενης ποσότητας έχουν εύρη $[0,2-0,5]$ για τον πρώτο προμηθευτή και $[0,1-0,8]$ για τον δεύτερο. Οι τιμές των παραμέτρων φαίνονται στον Πίνακα 3. Το κόστος ανικανοποίητης ζήτησης ανά μονάδα παίρνει τιμές από 10 έως 80 με βήμα 10.

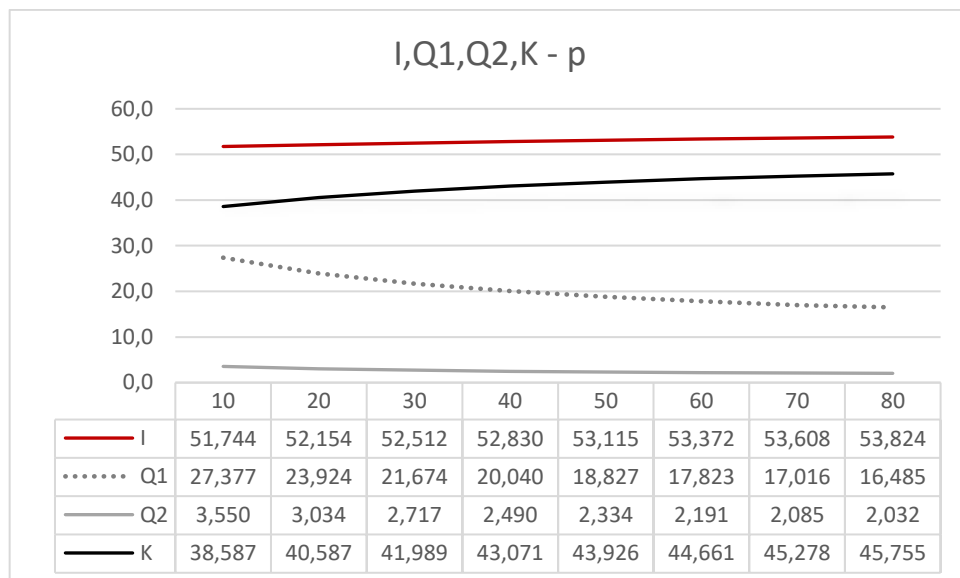
h	10
p	10:10:80
r	110
c1	65
c2	68
cR	20
cE	50
μ	40
σ	4
step	0,01

Πίνακας 3. Τιμές 2^{ου} πειράματος



Σχήμα 3. Αναμενόμενο κέρδος – κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης

Κάθε φορά που αυξάνεται το κόστος της ανικανοποίητης ζήτησης το κέρδος μειώνεται, εφόσον υπάρχουν ανικανοποίητοι πελάτες (Σχήμα 3). Επίσης, παρατηρείται αύξηση της εξασφαλισμένης ποσότητας από τον εφεδρικό προμηθευτή. Αυτό σημαίνει ότι ο αγοραστής προκειμένου να αποφύγει να μην ικανοποιήσει τις ανάγκες της αγοράς αφού το κόστος μετά από κάποιο σημείο γίνεται πολύ μεγάλο, στρέφεται στον εφεδρικό προμηθευτή το οποίο συνεπάγεται με μείωση των ποσοτήτων παραγγελίας από τους δύο κύριους προμηθευτές (Σχήμα 4).



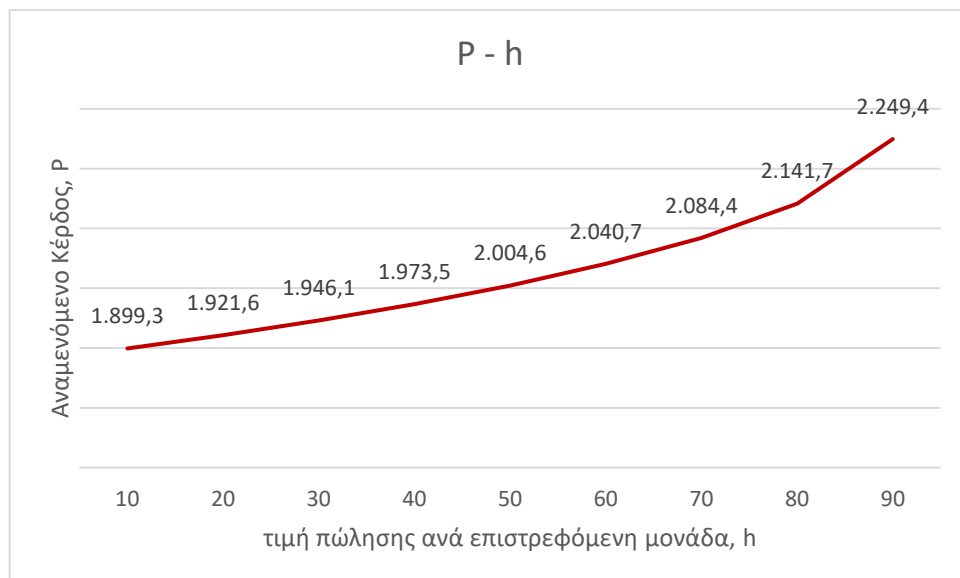
Σχήμα 4. Παραγγελίες - κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης

5.3 Μεταβολή της τιμής πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα

Για το πείραμα της μεταβολής της τιμής πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα (h), η ζήτηση έχει μέση τιμή 50 και τυπική απόκλιση 5 ενώ τα ποσοστά της παραδιδόμενης ποσότητας έχουν εύρη $[0,1-0,8]$ για τον πρώτο προμηθευτή και $[0,2-0,9]$ για το δεύτερο. Οι τιμές των παραμέτρων φαίνονται στον Πίνακα 4. Η τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα παίρνει τιμές από 10 έως 90 με βήμα 10.

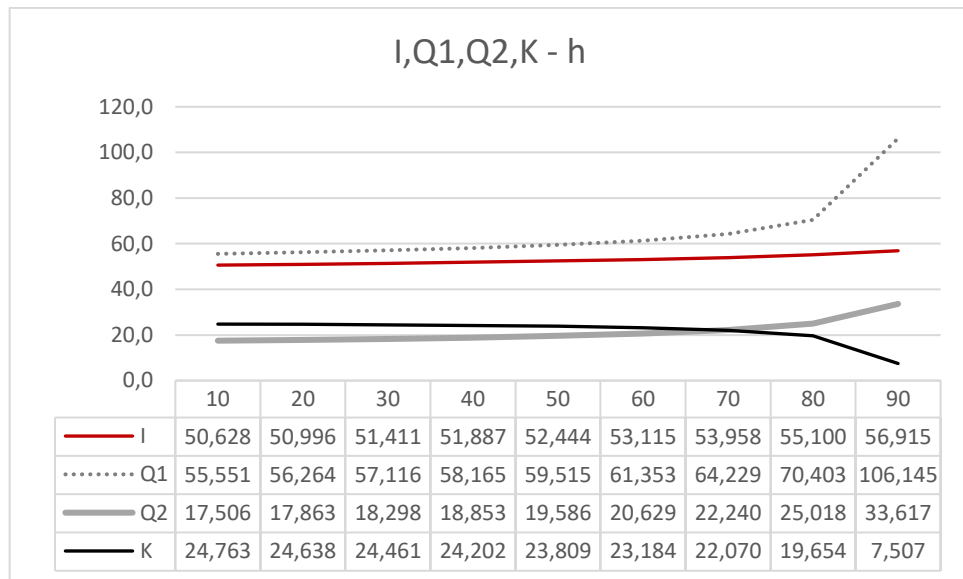
h	10:10:90
p	50
r	160
$c1$	100
$c2$	110
cR	20
cE	100
μ	50
σ	5
step	0,025

Πίνακας 4. Τιμές 3^{ου} πειράματος



Σχήμα 5. Αναμενόμενο κέρδος – τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα

Το κέρδος αυξάνεται με την αύξηση της τιμής πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα (Σχήμα 5). Το ίδιο συμβαίνει και με τις ποσότητες που παραγγέλλονται από τους κύριους προμηθευτές διότι ακόμα και αν δημιουργηθεί μεγάλο απόθεμα λόγω αβεβαιότητας, η τιμή πώλησης της επιστρεφόμενης μονάδας είναι αρκετά μεγάλη ώστε να συμφέρει τον αγοραστή (Σχήμα 6).



Σχήμα 6. Παραγγελίες - τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα

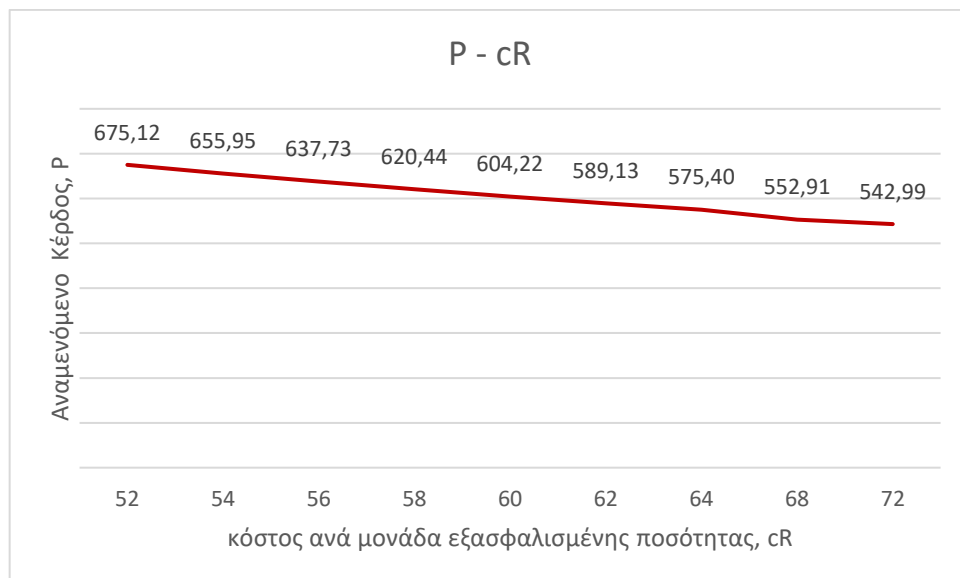
5.4 Μεταβολή του κόστους ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας

Στη συνέχεια, εξετάζεται η μεταβολή του κόστους ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας (c_R). Η ζήτηση έχει μέση τιμή 10 και τυπική απόκλιση 2 ενώ τα ποσοστά της παραδιδόμενης ποσότητας των κύριων προμηθευτών έχουν εύρος [0,025-0,975]. Οι τιμές των παραμέτρων φαίνονται στον Πίνακα 5. Το κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας κυμαίνεται από 52 μέχρι 72 και βήμα 2.

h	18
p	40
r	150
c1	70
c2	60
cR	52:2:72
cE	19
μ	10
σ	2
step	0,025

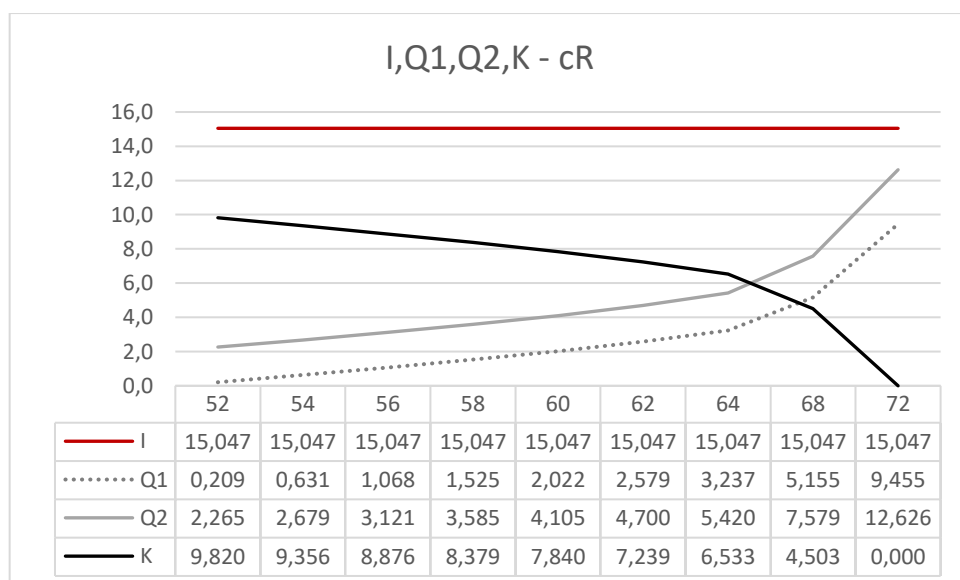
Πίνακας 5. Τιμές 4^{ου} πειράματος

Η αύξηση οποιουδήποτε κόστους είναι λογικό να επιφέρει μείωση των κερδών, όσο χρησιμοποιείται ο προμηθευτής τον οποίο αφορά. Αυτό επαληθεύεται στο Σχήμα 7 για το κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας από τον εφεδρικό προμηθευτή.



Σχήμα 7.Αναμενόμενο κέρδος – κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας

Η βέλτιστη παραγγελία παραμένει σταθερή εφόσον η παράμετρος που μεταβάλλεται δεν συμμετέχει στη συνάρτησή της. Η εξασφαλισμένη ποσότητα του εφεδρικού προμηθευτή μειώνεται μέχρι να μηδενιστεί, δηλαδή μέχρι ο εφεδρικός προμηθευτής να γίνει αόρητα ακριβός, το οποίο συνεπάγεται με αύξηση των παραγγελιών στους κύριους προμηθευτές.



Σχήμα 8.Παραγγελίες - κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας

5.5 Μεταβολή κόστους ανά μονάδα αγοράς από εφεδρικό αγοραστή

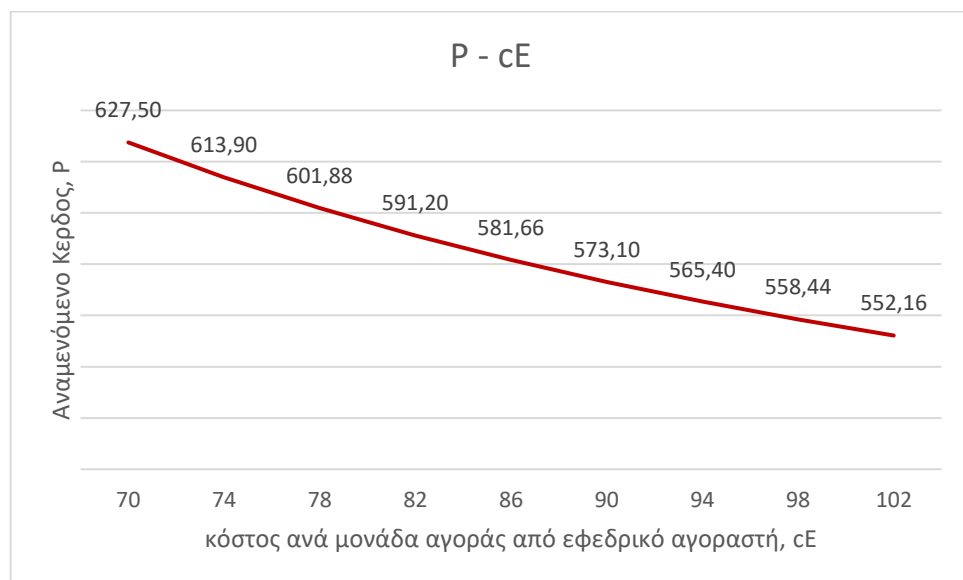
Στο αριθμητικό παράδειγμα που αφορά τη μεταβολή κόστους ανά μονάδα αγοράς από τον εφεδρικό αγοραστή (c_E), η ζήτηση έχει μέση τιμή 10 και τυπική απόκλιση 2 ενώ τα ποσοστά της παραδιδόμενης ποσότητας των κύριων προμηθευτών έχουν εύρος [0,025-0,975].

Οι τιμές των παραμέτρων φαίνονται στον Πίνακα 6. Το κόστος ανά μονάδα αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή παίρνει τιμές από 70 έως 102 με βήμα 4.

h	20
p	40
r	150
c1	65
c2	70
cR	10
cE	70:4:102
μ	10
σ	2
step	0,025

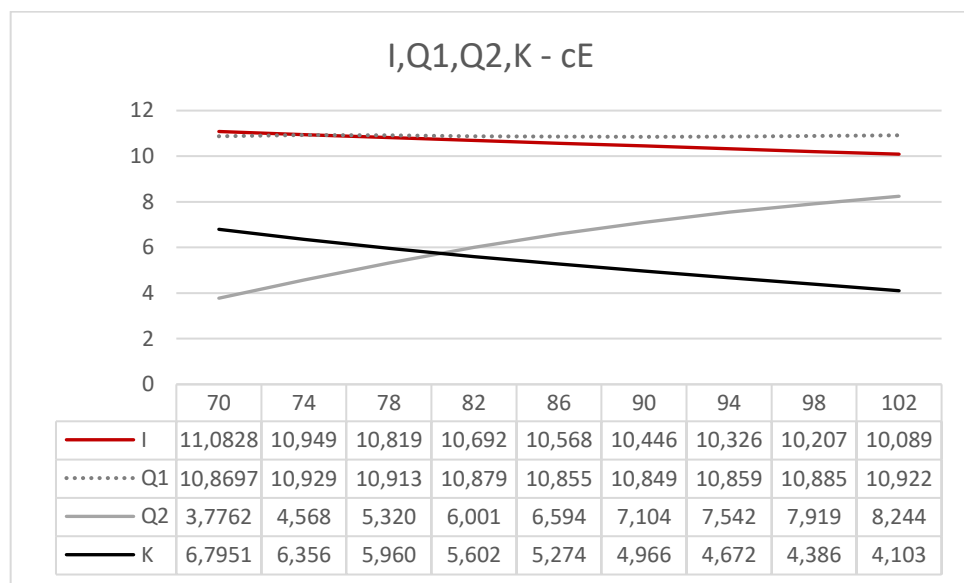
Πίνακας 6. Τιμές 5^{ου} πειράματος

Το αναμενόμενο κέρδος μειώνεται με την αύξηση του κόστους αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή (Σχήμα 9).



Σχήμα 9. Αναμενόμενο κέρδος – κόστος ανά μονάδα αγοράς εφεδρικού προμηθευτή

Για τις συγκεκριμένες τιμές που δόθηκαν στις παραμέτρους η ποσότητα παραγγελίας από τον κύριο προμηθευτή τυχαίνει να είναι πολύ κοντά με τη βέλτιστη παραγγελία αλλά λόγω της μεγάλης αβεβαιότητας απαιτείται η χρήση και άλλων προμηθευτών για να ικανοποιηθεί όσο καλύτερα γίνεται η ζήτηση. Παρατηρείται επίσης μείωση της χρήσης του εφεδρικού προμηθευτή λόγω αύξησης του κόστους αγοράς από αυτόν και αύξηση της χρήσης του δεύτερου προμηθευτή.



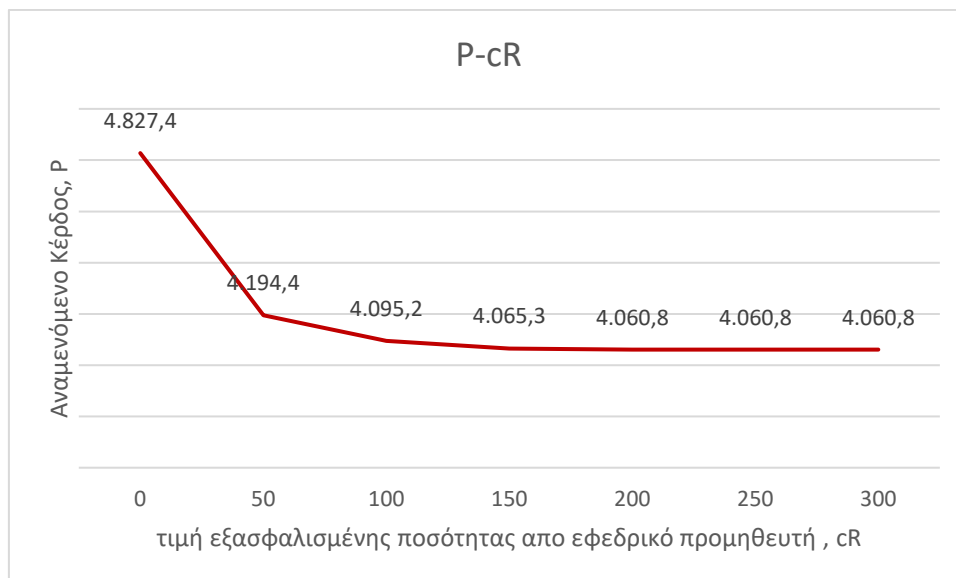
Σχήμα 10. Παραγγελίες - τιμή εξασφαλισμένης ποσότητας εφεδρικού προμηθευτή

5.6 Σταθερό άθροισμα κόστους εξασφαλισμένης ποσότητας και κόστους αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή

Στο παρόν υποκεφάλαιο εξετάζεται η μεταβολή της αναλογίας μεταξύ των cE και cR , διατηρώντας το άθροισμα τους σταθερό. Η ζήτηση έχει μέση τιμή 100 και τυπική απόκλιση 10, ενώ τα ποσοστά της παραδιδόμενης ποσότητας έχουν εύρη $[0,2-0,4]$ για τον πρώτο προμηθευτή και $[0,6-0,8]$ για τον δεύτερο. Οι τιμές των παραμέτρων φαίνονται στον Πίνακα 7. Το κόστος εξασφαλισμένης ποσότητας παίρνει τιμές από 0 έως 300 με βήμα 50 και το κόστος αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή από 400 έως 100 με βήμα 50. Το σταθερό άθροισμα των δύο παραμέτρων είναι 400.

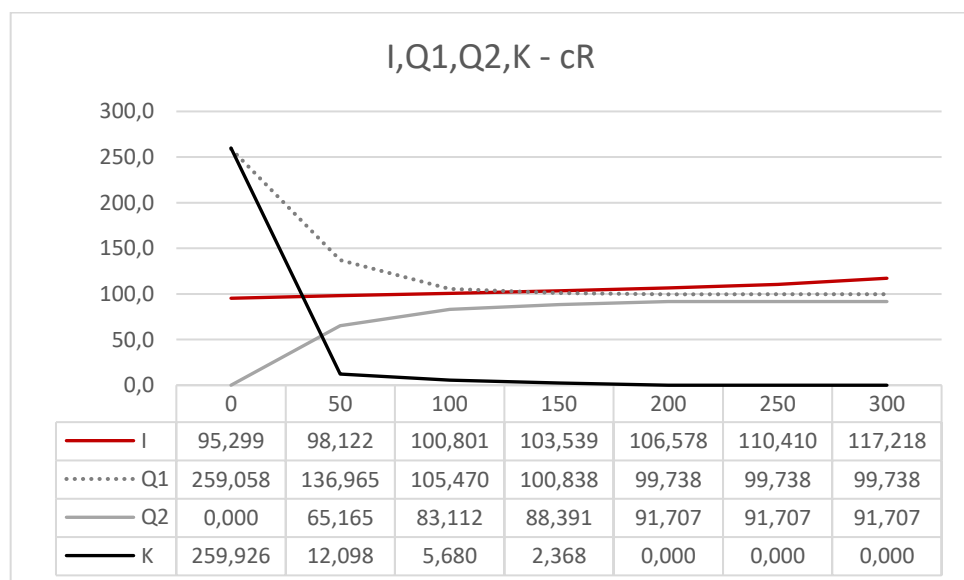
h	80
p	100
r	450
c1	380
c2	390
cR	0:50:300
cE	400:50:100
μ	100
σ	10
step	0,001

Πίνακας 7. Τιμές 6^{ου} πειράματος



Σχήμα 11. Αναμενόμενο κέρδος – τιμή εξασφαλισμένης ποσότητας εφεδρικού προμηθευτή

Το Σχήμα 11 δείχνει ότι το αναμενόμενο κέρδος μειώνεται με την αύξηση του κόστους εξασφαλισμένης ποσότητας από τον εφεδρικό προμηθευτή και μετά από κάποια τιμή σταθεροποιείται. Η τιμή στην οποία σταθεροποιείται το κέρδος είναι η τιμή που μηδενίζεται η παραγγελία στον εφεδρικό προμηθευτή (Σχήμα 12). Επίσης, είναι η τιμή που σταθεροποιούνται οι παραγγελίες από τους κύριους προμηθευτές. Αυτό συμβαίνει διότι όταν το κόστος της εξασφαλισμένης ποσότητας είναι πλέον ασύμφορο για τον αγοραστή και ο εφεδρικός προμηθευτής δεν χρησιμοποιείται, δεν συμβάλλουν τα κόστη του εφεδρικού προμηθευτή στα αποτελέσματα παρά μόνο το άθροισμα τους. Τέλος, η βέλτιστη παραγγελία αυξάνεται συνεχώς διότι μειώνεται το κόστος ανά μονάδα αγοράς του εφεδρικού (Σχήμα 12).



Σχήμα 12. Παραγγελίες – τιμή εξασφαλισμένης ποσότητας εφεδρικού προμηθευτή

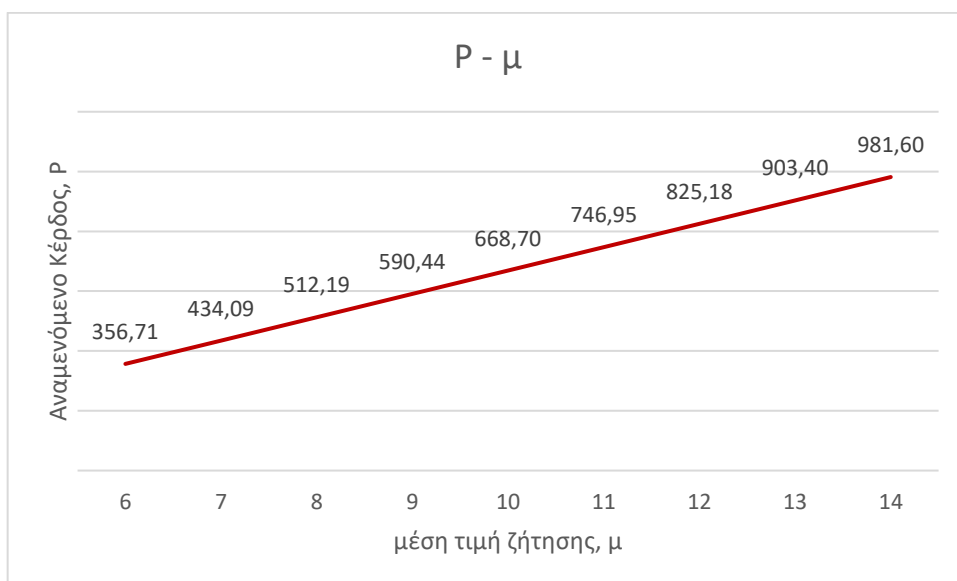
5.7 Μεταβολή μέσης τιμής ζήτησης

Για το πείραμα της μεταβολής της μέσης τιμής της ζήτησης (μ), η τυπική απόκλιση ισούται με 2 ενώ τα ποσοστά της παραδιδόμενης ποσότητας έχουν εύρος [0,05-0,95]. Οι τιμές των παραμέτρων φαίνονται στον Πίνακα 8. Η μέση τιμή της ζήτησης λαμβάνει τιμές από 6 μέχρι 14 και βήμα 1.

h	20
p	40
r	150
c1	65
c2	70
cR	5
cE	70
μ	6:1:14
σ	2
step	0,025

Πίνακας 8. Τιμές 7^{ου} πειράματος

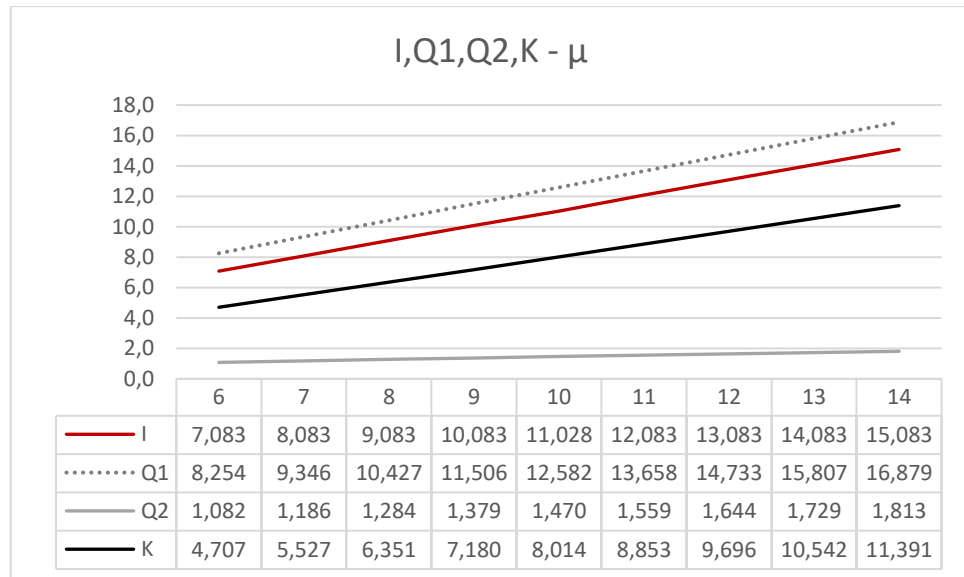
Με την αύξηση της μέσης τιμής της ζήτησης υπάρχει αύξηση στις ποσότητες που θα παραγγελθούν, το οποίο συνεπάγεται με αύξηση των κερδών (Σχήμα 12).



Σχήμα 13. Αναμενόμενο κέρδος- μέση τιμή ζήτησης

Όπως είναι αναμενόμενο, η αύξηση της ζήτησης επιφέρει αύξηση της βέλτιστης παραγγελίας καθώς και της παραγγελίας σε όλους τους προμηθευτές. Αυτό που αξίζει να σημειωθεί είναι ο μικρός ρυθμός αύξησης του δεύτερου κύριου προμηθευτή, ο οποίος

οφείλεται στην ακριβή τιμή του σε συνδυασμό με τη μεγάλη αβεβαιότητα του ποσοστού παραγγελίας που παραδίδει (Σχήμα 14).



Σχήμα 14. Παραγγελίες – μέση τιμή ζήτησης

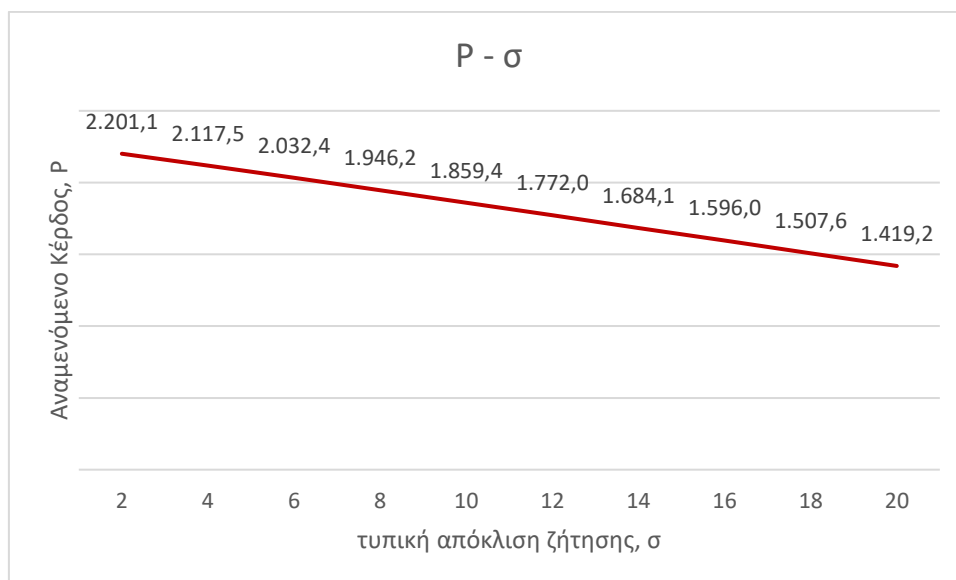
5.8 Μεταβολή τυπικής απόκλισης ζήτησης

Στο παρόν υποκεφάλαιο εξετάζεται η μεταβολή της τυπικής απόκλισης της ζήτησης. Η ζήτηση έχει μέση τιμή 80, ενώ τα ποσοστά της παραδιδόμενης ποσότητας έχουν εύρος [0,1-0,9] και για τους δύο κύριους προμηθευτές. Οι τιμές των παραμέτρων φαίνονται στον Πίνακα 9. Η τυπική απόκλιση παίρνει τιμές από 2 έως 20 και βήμα 2.

h	20
2p	40
r	100
c1	65
c2	70
cR	5
cE	70
μ	80
σ	2:2:20
step	0,025

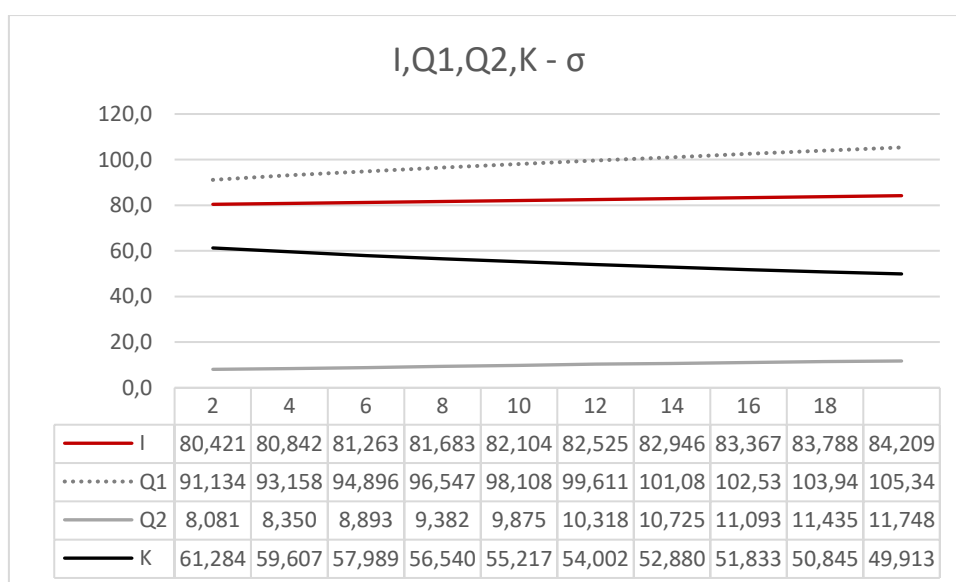
Πίνακας 9. Τιμές 8^{ου} πειράματος

Με την αύξηση της τυπικής απόκλισης μεγαλώνει η διασπορά των τιμών της ζήτησης με αποτέλεσμα την μείωση των αναμενόμενων κερδών (Σχήμα 15).



Σχήμα 15.Αναμενόμενο κέρδος- τυπική απόκλιση ζήτησης

Παρατηρούνται μικρές μεταβολές στις παραγγελίες των προμηθευτών για τις τιμές της τυπικής απόκλισης που επιλέχθηκαν. Οι κύριοι προμηθευτές δέχονται μεγαλύτερες παραγγελίες για αύξηση της τυπικής απόκλισης ενώ η εξασφαλισμένη ποσότητα του εφεδρικού προμηθευτή μειώνεται.



Σχήμα 16.Παραγγελίες – τυπική απόκλιση ζήτησης

5.9 Μεταβολή μέσης τιμής της αβεβαιότητας των κύριων προμηθευτών

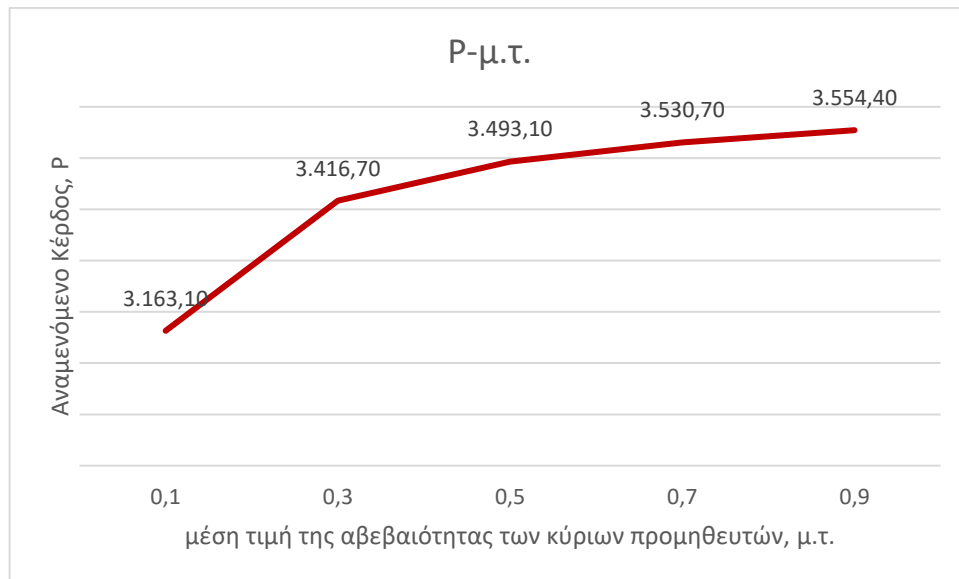
Στο τελευταίο παράδειγμα που εξετάζει τη μεταβολή της μέσης τιμής των ποσοστών παραγγελιών που παραδίδονται από τους κύριους προμηθευτές. Η ζήτηση ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 100 και τυπική απόκλιση 10. Οι υπόλοιπες παράμετροι δίνονται στον Πίνακα 10. Η μεταβολή της μέσης τιμής πραγματοποιείται με τη μεταβολή του εύρους των ποσοστών παραγγελιών. Τα διαστήματα που επιλέχθηκαν καθώς και οι αντίστοιχες μέσες τιμές τους είναι:

h	30
p	50
r	100
c1	60
c2	61
cR	5
cE	60
μ	100
σ	10
step	0,005

Πίνακας 10. Τιμές 9^{ου} πειράματος

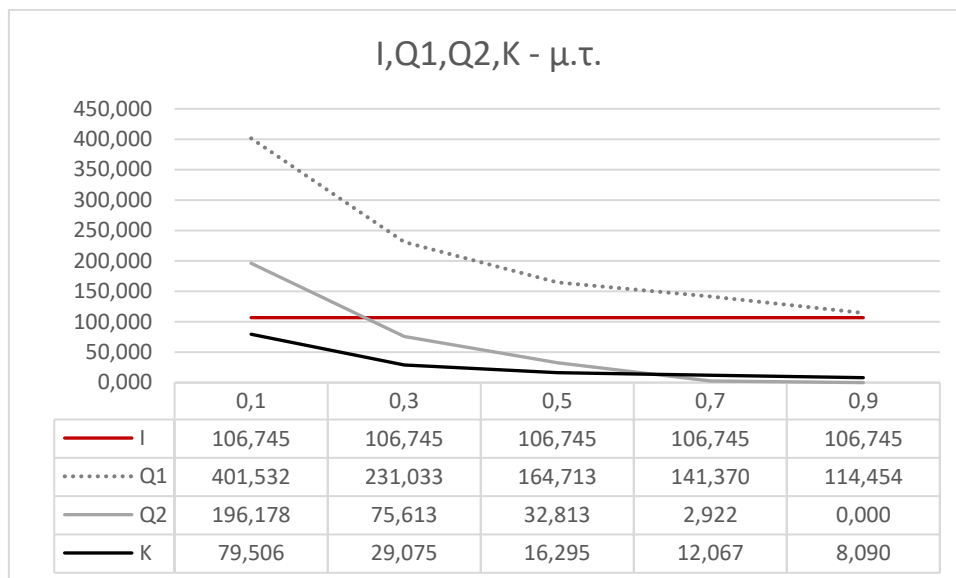
	1	2	3	4	5
k1-k2	0-0,2	0,2-0,4	0,4-0,6	0,6-0,8	0,8-1
m1-m2	0-0,2	0,2-0,4	0,4-0,6	0,6-0,8	0,8-1
μ.τ.	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9

Στο Σχήμα 17 παρατηρείται αύξηση του κέρδους με την αύξηση της μέσης τιμής των ποσοστών παραγγελιών που παραδίδονται από τους κύριους προμηθευτές.



Σχήμα 17.Αναμενόμενο κέρδος- μέση τιμή αβεβαιότητας των κύριων προμηθευτών

Η βέλτιστη παραγγελία παραμένει σταθερή εφόσον δεν επηρεάζεται από τη μεταβαλλόμενη παράμετρο. Όσο αυξάνεται η μέση τιμή μειώνονται όλες οι ποσότητες παραγγελιών. Πιο συγκεκριμένα, όσο η μέση τιμή του ποσοστού παραγγελίας του πρώτου προμηθευτεί αυξάνεται τόσο πλησιάζει τη βέλτιστη παραγγελία. Αυτό συμβαίνει γιατί έχει το μικρότερο κόστος και εφόσον έχει το ίδιο ποσοστό κάθε φορά με τον δεύτερο προμηθευτή είναι λογικό να επιλέγεται για μεγαλύτερες παραγγελίες. Για τον ίδιο λόγο, ο δεύτερος προμηθευτής φθίνει μέχρι να μηδενιστεί και η εξασφαλισμένη ποσότητα από τον εφεδρικό μειώνεται.



Σχήμα 18. Παραγγελίες – μέση τιμή αβεβαιότητας των κύριων προμηθευτών

Κεφάλαιο 6 Σύνοψη Διπλωματικής Εργασίας

Σε αυτήν την διπλωματική εργασία μελετήθηκε η επέκταση του προβλήματος του «εφημεριδοπώλη» με χρήση δύο κύριων αναξιόπιστων προμηθευτών και ενός αξιόπιστου αλλά πιο ακριβού εφεδρικού. Αρχικά παρουσιάστηκε το μαθηματικό μοντέλο και οι περιορισμοί που το συνοδεύουν. Στη συνέχεια, δημιουργήθηκε ο κώδικας του μοντέλου για τη διεξαγωγή πειραμάτων, ο οποίος είναι προγραμματισμένος να δίνει το αναμενόμενο κέρδος, τη βέλτιστη παραγγελία, τις παραγγελίες των κύριων προμηθευτών και την εξασφαλισμένη ποσότητα από τον εφεδρικό προμηθευτή. Στα πειράματα αυτά, κάθε φορά επιλέγεται να μεταβάλλεται μία παράμετρος και μελετάται η συμπεριφορά των αποτελεσμάτων μέσα από διαγράμματα.

Πιθανές επεκτάσεις που θα μπορούσαν να γίνουν αντικείμενα μελέτης είναι η εισαγωγή περισσότερων αναξιόπιστων προμηθευτών ώστε να γενικευτούν τα αποτελέσματα της παρούσας διπλωματικής καθώς και η εισαγωγή της μεταβλητής του χρόνου μεταφοράς από τον προμηθευτή στον αγοραστή και από τον αγοραστή στον πελάτη.

Βιβλιογραφία

- [1] Arrow, K.; Harris, T.; Marshak, J. (1951) “Optimal inventory policy”, *Econometrica*, 19(3), 250–272.
- [2] Chen, R. R.; Cheng, T. C. E.; Choi T. M.; Wang, Y. (2016) “Novel Advances in Applications of the Newsvendor Model”, *Decision Sciences*, 47, 8–10.
- [3] Dada, M.; Petruzzi, N. C.; Schwarz, L. B. (2003) “A newsvendor model with unreliable supplies.”, *Manufacturing & Service Operations Management*, 9(1), 9-32
- [4] Gass, S. I.; Assad, A. A. (2006) “*An Annotated Timeline of Operations Research: an Informal History*”, In: International Series in Operations Research & Management Science, SpringerVerlag New York, Inc.
- [5] Jones, P. C.; Lowe, T. J.; Traub, R. D. (2002) “Matching supply and demand: The value of a second chance in producing seed corn”. *Rev. Agricultural Econom.*, 24(1), 222–238.
- [6] Jones, P. C.; Lowe, T. J.; Traub, R. D. (2003) “Managing the Seed-Corn Supply Chain at Syngenta”, *Interfaces*, 33(1), 80-90.
- [7] Mileff, P.; Nehez, K. (2006) “An Extended Newsvendor Model for Customized Mass Production” , *Advanced Modeling and Optimization*, 8, 169-186.
- [8] Nahmias, S. (2013). *Productions & Operations Analysis*, 6. New York: McGraw-Hill/Irwin.
- [9] Petruzzi, N. C.; Dada, M. (1999) “Pricing and the Newsvendor Problem: A Review with Extensions.”, *Operations Research*, 47(2),183-194.

- [10] Qin, Y.; Wang, R.; Vakharia, A. J.; Chen Y. (2011) “The newsvendor problem: Review and directions for future research”, *European Journal of Operational Research*, 213, 361-374

Παράρτημα

Πίνακας 11. Σύνοψη συμβολισμών

X	= ζήτηση, συνεχής τυχαία μεταβλητή
Q_1, Q_2	= παραγγελίες στους κύριους προμηθευτές
U_1, U_2	= ποσοστά παραγγελιών που παραδίδονται από τους κύριους προμηθευτές
K	= εξασφαλισμένη ποσότητα από εφεδρικό προμηθευτή
c_R	= κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας
c_1, c_2	= κόστη ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας από κύριους προμηθευτές
c_E	= κόστος ανά μονάδα αγοράς από εφεδρικό προμηθευτή
r	= τιμή πώλησης ανά μονάδα
P	= κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης
h	= τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα
S	= συνολική ποσότητα που έχουν παραδώσει οι δύο κύριοι προμηθευτές
I	= βέλτιστο ύψος παραγγελίας

Κώδικας με συνεχείς μεταβλητές

```
clear

clc

tic

% καθορισμός παραμέτρων
h=input('Παρακαλώ εισάγετε την τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα h: ');
```

```

p=input('κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης p:');
r=input('τιμή πώλησης ανά μονάδα r:');
c1=input('κόστος ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας από τον πρώτο κύριο
προμηθευτή c1:');
c2=input('κόστος ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας από τον δεύτερο κύριο
προμηθευτή c2:');
cR=input('κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας cR:');
cE=input('κόστος ανά μονάδα αγοράς από εφεδρικό προμηθευτή cE:');
m=input('μέση τιμή ζήτησης m:');
s=input('τυπική απόκλιση ζήτησης s:');
k1=input('ελάχιστη τιμή διαστήματος ποσοστού παραγγελιών του πρώτου προμηθευτή
k1:');
k2=input('μέγιστη τιμή διαστήματος ποσοστού παραγγελιών του πρώτου προμηθευτή
k2:');
m1=input('ελάχιστη τιμή διαστήματος ποσοστού παραγγελιών του δεύτερου προμηθευτή
m1:');
m2=input('μέγιστη τιμή διαστήματος ποσοστού παραγγελιών του δεύτερου προμηθευτή
m2:');

% βέλτιστη παραγγελία
I = norminv((p+r-cE)/(p+r-h),m,s)
options = optimoptions(@patternsearch,'MaxIterations',1000000,'Display','off');
format compact

% ζήτηση : X
f=@(x) normpdf(x,m,s);

% ποσοστό παραγγελιών που παραδίδονται από τον πρώτο κύριο προμηθευτή : U1
pd1= makedist('Uniform','lower',m1,'upper',m2);
EU1=mean(pd1);
g1=@(u1)pdf(pd1,u1);
G1=@(u1)cdf(pd1,u1);

%ποσοστό παραγγελιών που παραδίδονται από τον δεύτερο κύριο προμηθευτή : U2
pd2= makedist('Uniform','lower',k1,'upper',k2);
EU2=mean(pd2);
g2=@(u2)pdf(pd2,u2);
G2=@(u2)cdf(pd2,u2);

% αναμενόμενα έσοδα : L
z=@(Q1,Q2,u1,u2,K)Q1*u1+Q2*u2+K;

L1=@(Q1,Q2,u1,u2,K) h*quad(@(x) (z(Q1,Q2,u1,u2,K)-x).*f(x),0,z(Q1,Q2,u1,u2,K));
L2=@(Q1,Q2,u1,u2,K) -(p+r)*quad(@(x) (x-
z(Q1,Q2,u1,u2,K)).*f(x),z(Q1,Q2,u1,u2,K),2*m);
L=@(Q1,Q2,u1,u2,K) L1(Q1,Q2,u1,u2,K)+L2(Q1,Q2,u1,u2,K)+r*m;

%-----
% Περίπτωση 1:  $Q1*u1+Q2*u2 \leq I-K$ 
T1=@(Q1,Q2,u1,u2,K) -cE*K+L(Q1,Q2,u1,u2,K);

% Περίπτωση 2 :  $I-K < Q1*u1+Q2*u2 < I$ 

```

```

T2=@(Q1,Q2,u1,u2,K)-cE*(I-Q1*u1-Q2*u2)+L(I,0,1,0,0);

% Περίπτωση 3 : Q1*u1+Q2*u2>=I
T3=@(Q1,Q2,u1,u2,K) L(Q1,Q2,u1,u2,0);
%-----

T=@(Q1,Q2,u1,u2,K) T1(Q1,Q2,u1,u2,K)*(Q1*u1+Q2*u2+K<I)+...
    T2(Q1,Q2,u1,u2,K)*(Q1*u1+Q2*u2>=I-K & Q1*u1+Q2*u2<I)+...
    T3(Q1,Q2,u1,u2,K)*(Q1*u1+Q2*u2>=I);

% αναμενόμενο κέρδος : P(Q1,Q2,K)

q=@(Q1,Q2,u2,K)quadv(@(u1)T(Q1,Q2,u1,u2,K).*g1(u1).*g2(u2),0,1);
qfinal=@(Q1,Q2,K)quadv(@(u2)q(Q1,Q2,u2,K),0,1);

P=@(Q1,Q2,K) -c1*Q1*EU1-c2*Q2*EU2-cR*K+qfinal(Q1,Q2,K);

[t,fval]= patternsearch(@(v)-
P(v(1),v(2),v(3)),[4.9008,10.7500,3.3014],[[],[],[],[],[0,0,0],[[],[],options]);
%-----
-----
%αποτελέσματα
Q1=t(1)
Q2=t(2)
K=t(3)
P=-fval
toc
beep

```

Κώδικας με διακριτές μεταβλητές και υπορουτίνα

```

clc

clear

tic

global T
% καθορισμός παραμέτρων

h=input('Παρακαλώ εισάγετε την τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα h:');
p=input('κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης p:');
r=input('τιμή πώλησης ανά μονάδα r:');
c1=input('κόστος ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας από τον πρώτο κύριο
προμηθευτή c1:');
c2=input('κόστος ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας από τον δεύτερο κύριο
προμηθευτή c2:');

```



```

cR=input('κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας cR:');
cE=input('κόστος ανά μονάδα αγοράς από εφεδρικό προμηθευτή cE:');
m=input('μέση τιμή ζήτησης m:');
s=input('τυπική απόκλιση ζήτησης s:');
step=input('βήμα step:');
k1=input('ελάχιστη τιμή διαστήματος ποσοστού παραγγελιών του πρώτου προμηθευτή k1:');
k2=input('μέγιστη τιμή διαστήματος ποσοστού παραγγελιών του πρώτου προμηθευτή k2:');
m1=input('ελάχιστη τιμή διαστήματος ποσοστού παραγγελιών του δεύτερου προμηθευτή m1:');
m2=input('μέγιστη τιμή διαστήματος ποσοστού παραγγελιών του δεύτερου προμηθευτή m2:');

% βέλτιστη παραγγελία

I = norminv((p+r-cE)/(p+r-h),m,s)
options = optimoptions(@patternsearch,'MaxIterations',100000,'Display','off');
format compact

% ζήτηση : X
f=@(x) normpdf(x,m,s);

% ποσοστό παραγγελιών που παραδίδονται από τον πρώτο κύριο προμηθευτή : U1
u1=[k1:step:k2];
EU1=mean(u1);
g1=1/length(u1);

% ποσοστό παραγγελιών που παραδίδονται από τον δεύτερο κύριο προμηθευτή : U2
u2=[m1:step:m2];
EU2=mean(u2);
g2=1/length(u2);

% αναμενόμενα έσοδα : L
z=@(Q1,Q2,u1,u2,K)Q1*u1+Q2*u2+K;

L1=@(Q1,Q2,u1,u2,K) h*integral(@(x) (z(Q1,Q2,u1,u2,K)-x).*f(x),0,z(Q1,Q2,u1,u2,K));
L2=@(Q1,Q2,u1,u2,K) -(p+r)*integral(@(x) (x-
z(Q1,Q2,u1,u2,K)).*f(x),z(Q1,Q2,u1,u2,K),2*m);
L=@(Q1,Q2,u1,u2,K) L1(Q1,Q2,u1,u2,K)+L2(Q1,Q2,u1,u2,K)+r*m;

%-----
% Περίπτωση 1:  $Q1*u1+Q2*u2 \leq I-K$ 
T1=@(Q1,Q2,u1,u2,K) -cE*K+L(Q1,Q2,u1,u2,K);

% Περίπτωση 2 :  $I-K < Q1*u1+Q2*u2 < I$ 
T2=@(Q1,Q2,u1,u2,K)-cE*(I-Q1*u1-Q2*u2)+L(I,0,1,0,0);

% Περίπτωση 3 :  $Q1*u1+Q2*u2 \geq I$ 
T3=@(Q1,Q2,u1,u2,K) L(Q1,Q2,u1,u2,0);
%-----

T=@(Q1,Q2,u1,u2,K) T1(Q1,Q2,u1,u2,K)*(Q1*u1+Q2*u2+K<I)+...

```

```

T2(Q1,Q2,u1,u2,K)*(Q1*u1+Q2*u2>=I-K & Q1*u1+Q2*u2<I)+...
T3(Q1,Q2,u1,u2,K)*(Q1*u1+Q2*u2>=I);

% αναμενόμενο κέρδος : P(Q1,Q2,K)
P=@(Q1,Q2,K) -c1*Q1*EU1-c2*Q2*EU2-cR*K+subL(Q1,Q2,K,k1,k2,m1,m2,g1,g2,step);

[t,fval]= patternsearch(@(v)-
P(v(1),v(2),v(3)),[5.9008,0,3.9264],[[],[],[],[],[0,0,0],[[],[],options]);
%-----
-----
% αποτελέσματα
Q1=t(1)
Q2=t(2)
K=t(3)
P=-fval
toc
beep

```

```

function [ qfinal ] = subL(A,B,C,k1,k2,m1,m2,g1,g2,step)

global T
qfinal=[0];

for a=[k1:step:k2]
    for b=[m1:step:m2]

        qfinal=qfinal+T(A,B,a,b,C)*g1*g2;

    end
end

end

```